

## Laat je niet gek maken

*Over The Ways of Paradox van Willard Van Orman Quine*

Rijk Willemse, mei 2021

Willard Van Orman Quine (1908 - 2000) was een Amerikaanse filosoof en logicus in de analytische traditie, een van de meest invloedrijke filosofen van de twintigste eeuw.

Quine is onder meer bekend van de Quine-Duhem-these, naar Pierre Duhem en hemzelf genoemd. Die these zegt dat het onmogelijk is om een wetenschappelijke hypothese afzonderlijk te toetsen, omdat er altijd een of meer aanvullende aannames bij betrokken zijn. Hij rekende zo af met het populaire falsificatieprincipe van Popper, dat kort samengevat stelde dat één tegenvoorbeeld voldoende was om een theorie te verwerpen. Quine en Duhem stelden dat daar dus veel meer voor nodig was dan één tegenvoorbeeld, namelijk grondig onderzoek van de gebruikte methodes, aannames en achterliggende theorieën.

In zijn artikel *The Ways of Paradox* (Quine, 1966) bespreekt Quine op heldere wijze enkele soorten logische paradoxen. Een logische paradox is een tegenstrijdigheid die ontstaat via een vaak schijnbaar foutloze redenering. Logici en wiskundigen gebruiken de paradox om aan te tonen dat de uitgangspunten voor een redenering niet kloppen, of om aan te tonen dat de redenering zelf fouten bevat.

Paradoxen laten zien wat de grenzen zijn van ons denken. Daarom zijn ze onze aandacht meer dan waard. Zeker in deze tijd waarin scepsis, samenzweringsdenken en achterdocht ten aanzien van wetenschappelijke uitspraken om stellingname en kritisch denken vragen. Daarom hier een samenvatting van het eerste essay uit deze verzameling essays, dat meteen de titel aan de bundel geeft.

### De paradox van de kapper

Quine haalt in het begin van zijn essay de paradox van de kapper aan, om te laten zien in welke bochten je moet wringen om bepaalde constructies te begrijpen, maar ook om tot een heldere oplossing van deze paradox te komen. De betreffende kapper heeft een bijzondere eigenschap: hij scheert alleen die mannen in het dorp die zichzelf niet scheren. Het is nu de vraag of deze kapper, die ook in het dorp woont, zichzelf scheert. Stel nu dat hij dat wel doet. Dan voldoet hij niet aan de eigenschap dat hij alleen die mannen scheert die zichzelf niet scheren. Stel, daarentegen, dat hij zichzelf niet scheert. Dan zou hij zichzelf toch moeten scheren, omdat hij alleen die mannen scheert die zichzelf niet scheren...

Dus, we hebben een probleem als we zeggen dat de kapper zichzelf scheert en we hebben een probleem als we zeggen dat hij dat niet doet. Velen hebben zich het hoofd gebroken over deze paradox. Maar Quine noemt deze paradox gewoonweg absurd, en hij zegt dat de enige conclusie is dat zo'n kapper niet bestaat en niet kan bestaan. Helder.

## De valse paradox

Dan gaat Quine over naar een volgende klasse van paradoxen die we eigenlijk – net als de paradox van de kapper die zichzelf niet knipt – gewoon kunnen negeren als we ze eenmaal kunnen herkennen: de ‘falsical’ paradoxen, de valse paradoxen die gebaseerd zijn op een foute redenering. Hij noemt het amusante bewijs van Augustus De Morgan (1806 – 1871) dat  $2 = 1$ . Kijk hier voor het ‘bewijs’<sup>1</sup>. De redeneringsfout zit hem erin dat er door 0  $(x - 1)$  gedeeld wordt, wat niet mag en wat leidt tot deze foute conclusie.

Ook de paradox van Zeno over Achilles en het schildpad schaaft Quine onder de valse paradoxen. Want een oneindige opeenvolging van steeds kleiner wordende intervallen telt niet op tot een oneindige interval. Voor de herinnering: Achilles zou het schildpad nooit kunnen inhalen omdat hij – ondanks zijn snellere loop – telkens weer de helft van de afstand tussen hem en het schildpad zou moeten afleggen.

## Antinomie, het echte probleem

Dat absurde en valse paradoxen nu geen probleem meer vormen, wil nog niet zeggen dat paradoxen niet voor problemen kunnen zorgen. Quine stelt vast dat antinomieën – een andere klasse van paradoxen – een groot probleem vormen. Hij begint, als opwarmertje, met een antinomie die we kennen als de Grelling-paradox, genoemd naar de Duitse taalkundige Kurt Grelling die deze paradox in 1908 formuleerde.

Grelling definieert twee soorten bijvoeglijke naamwoorden: autologische en heterologische. Een autologisch bijvoeglijk naamwoord beschrijft zichzelf en een heterologisch bijvoeglijk naamwoord beschrijft zichzelf niet. Zo zijn ‘Deutsch’ en ‘kort’ autologisch en zo zijn ‘Duits’ en ‘gecomprimeerd’ heterologisch, kortweg omdat ze in hun vorm respectievelijk wel en niet voldoen aan hun eigen beschrijving: ‘Deutsch’ is een Duits woord, ‘kort’ is een kort woord, terwijl ‘Duits’ geen Duits woord is en ‘gecomprimeerd’ geen gecomprimeerd woord.

Het is nu de vraag of het bijvoeglijke naamwoord ‘heterologisch’ een autologisch bijvoeglijk naamwoord is of een heterologisch bijvoeglijk naamwoord. Stel dat ‘heterologisch’ heterologisch is, dan zou het autologisch zijn omdat het zichzelf beschrijft. En als ‘heterologisch’ autologisch is, dan zou het heterologisch zijn omdat het zichzelf niet beschrijft. Quine stelt vast dat dit geen absurditeit is zoals bij de kapper en ook geen redeneerfout zoals bij  $2 = 1$ , maar een echt probleem dat volgt uit de zelfverwijzing.

---

<sup>1</sup> Bewijs dat  $2 = 1$

Stel  $x = 1$

Dan  $x^2 = x$

Dus  $x^2 - 1 = x - 1$

Deel door  $(x - 1)$

Dan  $(x^2 - 1)/(x - 1) = (x - 1) / (x - 1)$

Dus  $x + 1 = 1$

Vul  $x$  in (herinner: ‘Stel  $x = 1$ ’)

$2 = 1$

QED

Met de overbekende paradox van Epimenides de Cretenzer geeft Quine de mogelijke omvang van het probleem van de zelfverwijzing aan. Epimenides de Cretenzer zei namelijk volgens de overlevering dat alle Cretenzers liegen. Het is een aardige denkoefening om beide opties (als Epimenides liegt, dan...; en als Epimenides de waarheid spreekt dan...) uit te werken tot de betreffende tegenspraak. Echter, Quine oppert op deze plek ook dat de Cretenzers mogelijk niet altijd liegen. Daarom introduceert hij het zogenaamde pseudomenon als striktere vorm, in de hoedanigheid van de volgende zin: "Deze zin is niet waar".

Dan introduceert hij een gelaagdheid in niveaus van geldigheid waarmee hij probeert de paradox te verwijderen. Want in " 'Deze zin is niet waar' is niet waar" lijkt het probleem te verdwijnen. Of iets formeler, met indexen: "Is 'true<sub>0</sub> of self' true<sub>1</sub> of itself?" Neen, is zijn antwoord, dat heeft geen betekenis, want true<sub>0</sub> en true<sub>1</sub> (en zo door) betekenen alleen iets 'op hun eigen niveau'.

### En toen kwam Bertrand Russell

Sommige verzamelingen zijn lid van zichzelf; sommige zijn dat niet. De verzameling van alle verzamelingen die meer dan vijf leden hebben, bijvoorbeeld, heeft meer dan vijf verzamelingen als lid; daarom is deze verzameling lid van zichzelf. Maar, anderzijds, is bijvoorbeeld de verzameling van alle mensen geen lid van zichzelf, want die verzameling is geen mens. Hoe zit het dan met de verzameling van alle verzamelingen die geen lid van zichzelf zijn? Dat vroeg Bertrand Russell zich af (Russell, 1903).

Omdat de leden van deze verzameling de eigenschap hebben dat ze geen lid van zichzelf zijn, maar alleen als ze geen lid van zichzelf zijn, ontstaat er een probleem. De leden zijn tegelijkertijd wel en niet lid van zichzelf... Dat is een keiharde paradox in de vorm van een antinomie. Deze observatie kwam stevig aan bij Gottlob Frege, die net de Grondslagen van de Wiskunde had afgerond (Frege, 1884). Want, hoewel deze paradox lijkt op die van de kapper, die vanwege die paradox niet kon bestaan, blijkt deze paradox aan te geven dat de uitgangspunten – van in dit geval Freges grondslagen – fout zijn.

Quine haalt vervolgens Gödel aan, die heeft aangetoond dat elk logisch systeem onvolledig is en dat er dus altijd dergelijke problematische paradoxen blijven bestaan. (In hoofdstuk 9 van Gödel, Escher, Bach (Hofstadter, 1985) geeft Douglas Hofstadter een toegankelijke en aantrekkelijke benadering van het bewijs van deze onvolledigheidsstelling.) Quine noemt Gödels ontdekking een echte paradox.

### Zelfreferentie en ontkenning

Merk ten slotte op dat veel paradoxen dus ontstaan waar een ontkenning in het spel is en waar een zogenaamde zelfreferentie plaatsvindt. Die vaststelling kan ons helpen om beide terreinen te vermijden als de heldere formulering van belang is.

Bertrand Russell zie het al toen hij sprak over het elimineren van "the negative": "The world can be described without the use of the word 'not'" (Russell, 1948). In [Het probleem met de ontkenning](#) verken ik die problematiek (Willemse, 2020). De voorlopige conclusie op dit punt

is dat de ontkenning af te raden is wanneer je eenduidig en helder wilt spreken, mede vanwege de problemen die er ontstaan bij paradoxen met een ontkenning.

De zelfreferentie kunnen we soms wegwerken door met logische niveaus te werken. Maar Gödel toonde aan dat dit een vruchteloze oefening is voor de echte paradoxen. Quine zegt hierover: "Gödels ontdekking is een echte paradox. Dat er geen degelijke en volledige deductieve systematisering van elementaire getaltheorie kan zijn, laat staan van zuivere wiskunde in het algemeen, is waar." Dus ook de zelfreferentie is af te raden voor wie eenduidig en helder wil spreken.

Deze vaststellingen vormen hoogstwaarschijnlijk ons lot, misschien wel vanwege de beperking van onze menselijke denkvermogens, maar tegelijkertijd zijn ze onze redding en troost wanneer we moeten constateren dat we de wereld nooit volledig zullen begrijpen en dat dat niet aan ons ligt.

### Bronnen

Frege, G., 1884. De grondslagen der aritmetica. Dixit.

Hofstadter, D., 1985. Gödel, Escher, Bach.

Quine, W.V.O., 1966. The Ways of Paradox and other essays, 1977th ed. Harvard University Press, Cambridge (Massachusetts), London.

Russell, B., 1948. Human Knowledge, its Scope and Limits. Simon and Schuster, New York.

Russell, B., 1903. The Principles of Mathematics. Routledge, London.

Willemse, R., 2020. Het probleem met de ontkenning.